

7 класс. Условия задач

1. Покрасьте 11 клеток квадрата 6×6 в чёрный цвет так, чтобы с каждой покрашенной клеткой по стороне соседствовали ровно две непокрашенных.

2. Миша и Дима играют на клетчатой доске 8×8 . Они ходят по очереди, начинает Миша. Он своим ходом рисует галочку в любой свободной клетке. Ответным ходом Дима кладёт на доску прямоугольник 1×7 , закрывая галочку. Прямоугольники не должны перекрываться и вылезать за пределы доски. Если Дима не может сделать ход (и только в этом случае), он платит Мише тысячу рублей, после чего ходит Миша. Игра заканчивается, когда Миша не может сделать ход. Может ли Миша играть так, чтобы наверняка заработать не менее 36 тысяч рублей? (Свободной считаются клетка, которая не отмечена галочкой и не покрыта прямоугольником 1×7 .)

3. Прямоугольник разбит на 9 меньших прямоугольников. Периметры четырёх из них указаны на рисунке. Найдите периметр прямоугольника под знаком вопроса.

15		?
16		
17		18

4. Известно, что a , b и c — различные составные натуральные числа, но каждое из них не делится ни на одно из натуральных чисел от 2 до 100 включительно. Докажите, что если произведение abc этих чисел — наименьшее из возможных, то оно является кубом натурального числа.

5. Какое наибольшее количество трёхзначных чисел можно выписать на доску так, чтобы любые два выписанных числа различались хотя бы в двух разрядах?

8 класс. Условия задач

1. Разрежьте прямоугольник 4×7 на 8 различных по форме частей, отличных от квадрата 1×1 .
2. При каком наименьшем натуральном n число $(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$ натурально и оканчивается тремя нулями?
3. В треугольнике PQR высота PK , биссектриса QL и медиана RM пересекаются в одной точке T . Известно, что $PT = QT$. Докажите, что треугольник PQR — равносторонний.
4. В первую минуту Матвей написал на доске число 2021, а во вторую — число 2022. Каждую минуту он записывает на доске ещё одно число, равное сумме последнего записанного на доске числа, умноженного на 2022^{2021} , и предпоследнего записанного на доске числа. Чему равен наибольший общий делитель чисел, записанных Матвеем на доске в 2021-ю и 2022-ю минуты?
5. Саша и Алина играют в игру. Изначально перед ними на столе лежит по одной купюре каждого из достоинств 1, 2, 5, 10, 50, 100, 500, 1000 и 5000 пиастров. (Купюр другого достоинства в этой стране не бывает.) Саша и Алина ходят по очереди, начинает Саша. За один ход разрешается взять со стола любую купюру, разменять её в банке на любые купюры меньшего достоинства на ту же сумму и положить все эти купюры на стол вместо взятой. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Есть ли у Саши или у Алины способ выиграть, как бы ни играл соперник?